

$X = \{x_1, \dots, x_n, \dots\}$ - счётный упорядоч. алфавит входных БП; $B_0 = \{\&, \vee, \neg\}$
 - "базис", т.е. полная в P_2 система ФАЛ; $B_0 = \{\&, \vee, \neg\}$
 $\varphi_i = \varphi_i(x_1, \dots, x_{k_i})$ и φ_i существенно зависит от всех переменных, если $k_i \geq 2$
 функциональный символ $\longleftrightarrow$ функциональный элемент E_i
 $Z = \{z_1, \dots, z_n, \dots\}$ - выходные БП
 Формула как строка символов

Формула в Б

2) Пусть $i \in [1, b]$, $j_1, \dots, j_{k_i} \in [1, b]$. Тогда $\varphi_i(t_{j_1}, \dots, t_{j_{k_i}})$ - формула глубины $\max\{q_1, \dots, q_{k_i}\} + 1$, равная $\varphi_i(t_{j_1}, \dots, t_{j_{k_i}})$.

1) $\begin{matrix} x_j \\ \bullet \\ z_m \end{matrix} \Leftrightarrow D_{x_j}$ 2) $\left. \begin{matrix} D_{F_1} & \dots & D_{F_{k_i}} \end{matrix} \right\} D_F$

как
Граф
(корневое
помеченное
ориентированное
к корню дерева)

$V_F \leftrightarrow D_F$

z φ_i x_i 1

Класс формул в $\mathcal{L}_{\text{BPP}}$ — это класс формул, которые можно вычислить на БП. $\mathcal{L}_{\text{BPP}}$ — это класс формул, которые можно вычислить на БП. $\mathcal{L}_{\text{BPP}}$ — это класс формул, которые можно вычислить на БП.

3) $L(F)$ - число FC в F = # элементов в F . $G = (V, E)$ - граф

Утверждение 8.1. $(D \cap \mathcal{F} \neq \emptyset \wedge \mathcal{F} \in \mathcal{A}) \Rightarrow D(\mathcal{F}) = E(\mathcal{F})$

Отрицательные: $D(f) \geq \log_2 \left(\frac{2}{\text{exogenous probability}} \right) - 1 = 2 \cdot L_{\text{av}}(f) + L_7(f)$

Эквивалентные формулы:

Изоморфные Γ и Γ' $\Rightarrow$ запись $\Gamma' = \text{запись } \Gamma \Leftrightarrow \Gamma$

$(F' \subseteq F) \Leftrightarrow$ замкн. F' - часть F в индуктивном замыкании F (т.е. F' замкн. или индуктивно замкн. в F). $\hat{F} = F$ если F замкн.

принцип эквивалентности замещения

Подобные формулы. $\mathcal{F}$ подобна $\mathcal{F} \Leftrightarrow \mathcal{F} \sim \mathcal{F}$. $\forall \varphi \in \mathcal{F} \rightarrow \varphi \in \mathcal{F}$ наход...

$P(F') = P(F'')$, $L_{\infty}(F') = L_{\infty}(F'')$, $D(F') = D(F'')$

Альтернирование формулы F с поднятыми отрицаниями $Alt(F)$ —
 Максимальное число смен $\bar{X}$ на X и X на $\bar{X}$ в путях от листа к корню

$$F - \exists K, \exists D \Rightarrow Alt(F); F - \exists K, \exists D \Rightarrow Alt(F) = 1$$

Утверждение 8.2 Для любой формулы с подн. отр. из $\mathcal{U}^F$ сущ-т подобная ей фор-ла $\check{F}$:

$$D(\check{F}) \leq \lceil \log(L(F)+1) \rceil + Alt(F).$$

Индукция по альтернированию $Alt(F) = 0 \Rightarrow F - \exists K$ или $\exists D \Rightarrow$

$$F = \bar{X}_1 \circ \dots \circ \bar{X}_k \circ X_{k+1} \circ \dots \circ X_t. \text{ Тогда можно получить } D_{\check{F}}: D(\check{F}) \leq \lceil \log(L(F)+1) \rceil,$$

используя лемму и пополив $d_1 = \dots = d_k = 1, d_{k+1} = \dots = d_t = 0$
 т.к. $L(F) = t+k-1, t+k = \underbrace{2+\dots+2}_k + \underbrace{2+\dots+2}_{t-k}$

Далее, если есть $F = F_1 \circ \dots \circ F_t$ и $Alt(F_i) \leq (a-1)$, то ищем

$$\check{F} = \check{F}(\check{F}_1, \dots, \check{F}_t). \text{ Парно соединим ф-лы наименьшей глубины}$$

Эквивалентное преобр-е формул с помощью тождеств.
 Полнота системы основных тождеств для $\exists \Pi$ формул в $\mathcal{B}_0 = \{ \bar{x}, y, \gamma \}$

$$t: F' = F'' \text{ - тождество } \Leftrightarrow F' \text{ эквивалентна } F'' \Leftrightarrow f_{F'} = f_{F''}.$$

$$\forall F_1, \dots, F_n. \hat{t}: F(F_1, \dots, F_n) = F''(F_1, \dots, F_n) \text{ - тоже тождество (подстановка } t)$$

Пусть $\hat{t} = \hat{F}' = \hat{F}''$ - подстановка $t: F' = F''$ и $\hat{F}' \in F$ ($\hat{F}' \subset F$)

Тогда переход от F к $\check{F}$, получающийся заменой $\hat{F}'$ на $\hat{F}''$ ($\hat{F}''$ на $\hat{F}'$)

$$F \xrightarrow{t} \check{F} \text{ - результат однократного } \exists \Pi F \text{ в } \check{F} \text{ с помощью } t. F \xrightarrow{t} \check{F}$$

$$F \xrightarrow{t_i} F^{(1)} \xrightarrow{t_{i_2}} \dots \xrightarrow{t_{i_k}} F^{(k)} = \check{F} \text{ - многократ. } \exists \Pi F \xrightarrow{\tau} \check{F}: \tau = \{t_{i_1}, \dots, t_{i_k}\}$$

При этом $F \xrightarrow{t} \check{F} \Leftrightarrow t \mapsto \check{t}: F = \check{F}, F \xrightarrow{\tau} \check{F} \Leftrightarrow \tau \mapsto \check{t}: F = \check{F}.$

Система тождеств τ - полная система тождеств для $\exists \Pi$ в $\mathcal{U}_B^F \Leftrightarrow$

$$\forall \text{ эквив. } F', F'' \in \mathcal{U}_B^F \exists \exists \Pi F' \xrightarrow{\tau} F''$$

Основной вопрос теории $\exists \Pi$ - $\exists$ конечной полной сист. тож. (пст)

Построим для $\mathcal{U}^F = \mathcal{U}_{B_0}^F$ систему основных тождеств и

докажем её полноту.

Рассмотрим след. группы тождеств:

$$\tau^{\Pi} = \{ \tau^A, \tau^K, \tau^{op}, \tau^{pk}, \tau^{\Pi} \} \text{ - тождества}$$

приведение подобных.

$$\tau^{осн} = \{ \tau^{\Pi}, \tau^M, \tau^A \} \text{ - расширенная сист. осн. тождеств}$$

$$\tau^{осн} = \{ t_{\bar{x}}^M, t_{\gamma}^M, t_{\bar{x}}^A, t_{\bar{x}}^K, t_{\bar{x}}^{op}, t_{\bar{x}}^{\Pi}, t_{\bar{x}}^{pk}, t_{\bar{x}}^{\Pi} \}$$

$$\begin{aligned} \tau^K &= \{ t_{\bar{x}}^K: X_1 X_2 = X_2 X_1, t_{\gamma}^K: X_2 \vee X_2 = X_2 \vee X_1 \} \\ \tau^A &= \{ t_{\bar{x}}^A: (X_1 X_2) X_3 = X_2 (X_1 X_3), t_{\gamma}^A: \} \\ \tau^{\Pi} &= \{ t_{\bar{x}}^{\Pi}: X_1 (X_2 \vee X_3) = X_1 X_2 \vee X_1 X_3, \\ &\quad t_{\gamma}^{\Pi}: X_1 \vee X_2 X_3 = (X_1 \vee X_2) (X_1 \vee X_3) \} \\ \tau^M &= \{ t_{\bar{x}}^M: \overline{X_1 X_2} = \overline{X_1} \vee \overline{X_2}, \\ &\quad t_{\gamma}^M: \overline{X_1 \vee X_2} = \overline{X_1} \overline{X_2}, \\ &\quad t_{\gamma}^M: \overline{X_1} = X_1 \} \\ \tau^{op} &= \{ t_{\bar{x}}^{op}: X_1 X_1 = X_1, t_{\gamma}^{op}: \} \\ \tau^{\Pi} &= \{ t_{\bar{x}}^{\Pi}: X_1 \vee X_2 X_2 = X_1 \\ &\quad t_{\gamma}^{\Pi}: X_1 (X_2 \vee \overline{X_2}) = X_1, t_{\bar{x}}^{\Pi}: X_1 (X_2 \overline{X_2}) = X_2 \overline{X_2} \\ &\quad t_{\bar{x}}^{\Pi}: X_1 \vee X_2 \overline{X_2} = X_2, t_{\gamma}^{\Pi}: X_1 \vee (X_2 \vee \overline{X_2}) = X_2 \vee \overline{X_2} \} \end{aligned}$$

II. Классы дискретных упр. систем. Структурные представления схем. Оценка их числа. Эквивалентные преобразования.

... 11

Утверждение 11.1 $\tau^{осн} \xrightarrow{\quad} \tilde{\tau}^{осн}$

Примеры выводимости: ① $\{t_2^M, t_7^M\} \xrightarrow{\quad} t_v^M : x_1 \vee x_2 \xrightarrow[t_2^M, t_7^M]{?} \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$

$$x_1 \vee x_2 \xrightarrow[t_7^M]{\quad} \overline{x_1 \vee x_2} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \xrightarrow[t_2^M]{\quad} \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \xrightarrow[t_7^M]{\quad} \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$$

② $\{t_2^K, t_7^M\} \xrightarrow{\quad} t_v^K$, т.е. $\exists \exists \Pi \quad x_1 \vee x_2 \xrightarrow[\{t_2^K, t_7^M\}]{\quad} x_2 \vee x_1$ (?)

аналогично на основе принципа двойственности

$$\{t_2^K, t_7^M\} \xrightarrow{\quad} t_v^K; \{t_{2v}^D, t_{7v}^M\} \xrightarrow{\quad} t_{v2}^D$$

$$\{t_2^{on}, t_7^M\} \xrightarrow{\quad} t_{v2}^{on}; \{t_{2v}^{pk}, t_{7v}^M\} \xrightarrow{\quad} t_{v2}^{pk}$$

③ $\tau^{осн} \xrightarrow{\quad} \tau^n$. $x_1 \vee x_1 \cdot x_2 \xrightarrow[t_{1,2}^{pk}]{\quad} x_1(x_2 \vee \bar{x}_2) \vee x_2 \cdot x_2 \xrightarrow[t_{2,2}^D]{\quad} x_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee x_1 \cdot x_2 \xrightarrow[t_{1,2}^{on}]{\quad} x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee x_1 \cdot x_2 \xrightarrow[t_{1,2}^{on}]{\quad} x_1$

④ $x_2 \cdot \bar{x}_2 \xrightarrow[t_{0,2}^{pk}]{\quad} (x_1 \bar{x}_1)(x_2 \bar{x}_2) \xrightarrow[t_{2,2}^K]{\quad} (x_2 \bar{x}_2)(\bar{x}_1 x_1) \xrightarrow[t_{0,2}^{pk}]{\quad} x_1 \bar{x}_1$ Аналогично $x_2 \vee \bar{x}_2 \xrightarrow{\quad} x_2 \vee \bar{x}_1$

$$\Rightarrow \tau^{осн} \xrightarrow{\quad} \tilde{\tau}^{осн}$$

обобщ. соверш. ДНФ - либо соверш. ДНФ, либо $x_1 \bar{x}_1$.

Обобщённая ЭК - либо ЭК, либо $x_1 \bar{x}_1$. Обобщ. ДНФ - либо ДНФ, либо $x_1 \bar{x}_2$.

Каноническая форма формулы $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, реал. ФАЛ $f(x_1, \dots, x_n)$ - Сов. ОДНФ $(f) = \tilde{\Theta} f$

Утверждение 11.2 $\forall$ Ф-лы $F(x_1, \dots, x_n)$, реал. ФАЛ $f(x_1, \dots, x_n) \exists \exists \Pi \quad F \xrightarrow[\tau^{осн}]{\quad} \tilde{\Theta} f$

$$F \xrightarrow[t^M]{\quad} F^{(1)} \xrightarrow[t_{2v}^D, t_{2,2}^K]{\quad} F^{(2)} \xrightarrow[t^{on}]{\quad} F^{(3)} \xrightarrow[t^?]{\quad} F^{(4)} = \tilde{\Theta} f$$

$F^{(1)}$ - Ф-ла с поднятыми отрицаниями. $F^{(2)}$ - дизъюнкция конъюнкций букв (возможно, с повторами). $F^{(3)}$ - ОДНФ. $F^{(4)}$ - соверш. ОДНФ. Если $F^{(3)} = x_1 \bar{x}_2$, то $F^{(4)} = F^{(3)}$ иначе нужно по ДНФ $F^{(3)}$ получить её.

ОДНФ построить Сов. ДНФ. Для этого для $\forall$ ЭК из Сов. ДНФ $F^{(3)}$ получаем её.

$$K = x_{i_1}^{b_1} \dots x_{i_r}^{b_r} \xrightarrow[t_{1,2}^{pk}]{\quad} (x_{j_1} \vee \bar{x}_{j_1})(x_{j_2} \vee \bar{x}_{j_2}) \dots (x_{j_t} \vee \bar{x}_{j_t}) \cdot K \xrightarrow[t_{2v}^D, t_{2,2}^{on}]{\quad} \text{Сов. ДНФ}(K)$$

$\{j_1, \dots, j_t\} = [1, n] \setminus \{i_1, \dots, i_r\}$, а к полученной дизъюнкции ЭК рунга и применяем $t_{v,2}^{on}$, и получаем в результате Сов. ДНФ (f) .

Утверждение 11.3 $\tau^{осн}$ - конечная полная система преобразов для $\exists \Pi$ и Φ

Пусть F', F'' - экв. формулы из $\mathcal{U}^\Phi$ от БП X' и X'' соответв. F' реал. $f'(X)$, где $X = X' \cup X''$. F'' реал. $f''(X)$ и $f' = f''$. Тогда по 11.2 $\exists \exists \Pi \quad F' \xrightarrow[\tau^{осн}]{\quad} \tilde{\Theta} f'$, $F'' \xrightarrow[\tau^{осн}]{\quad} \tilde{\Theta} f''$. В силу $f' = f'' \exists \exists \Pi \quad \tilde{\Theta} f' \xrightarrow[\tau^{осн}]{\quad} \tilde{\Theta} f'' \xrightarrow[\tau^{осн}]{\quad} \tilde{\Theta} f'' \xrightarrow[\tau^{осн}]{\quad} F''$.

Далее 9. СФЭ, оценка числа СФЭ и формул

Следствие из 9.2: Число попарно не квазиизоморфных формул с поднятыми отрицаниями ранга $\in R$ от $x_1, \dots, x_n$ не превосходит $(12n)^R$.

Считаем $\bar{x}_i \rightarrow x_{i+n}$. Считаем число формул от $2n$ переменных в $B = \{2, v\}$

$$d = \begin{pmatrix} 100 \\ 011 \\ 111 \end{pmatrix} \{2, v\} - 6 вариантов $6^L \cdot (2n)^R = (2n)^R$$$

Схемы из функциональных элементов и операции их приведения. Оценка числа формул и СФЭ в базисе $B_0 = \{v, \&, \neg\}$.

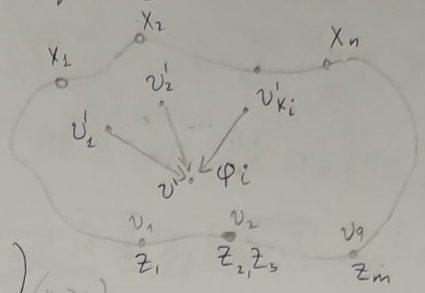
Пусть задан граф $G = (V, E)$, $V = V(G)$, $E = E(G)$ — ориентированный граф
 $S = (G, V', V'')$ — (p, q) — сеть, если $V' = (v_1, \dots, v_p)$ — выборка из V без повторений (входы)
 $V'' = (v_1, \dots, v_q)$ — выборка из V (выходы)
 где G — ориентированный

СФЭ — $(S, \text{пометки вершин и рёбер})$

$V' \mapsto \{x_1, \dots, x_n\} = X(n)$

$V'' \mapsto \{z_1, \dots, z_m\} = Z(m)$

- 1) входная в. v_i реал. x_i
- 2) Если в v_i, v_{k_i} реал. $f_1, \dots, f_{k_i}$, то в v реал. $f = \varphi_i(f_1, \dots, f_{k_i})$



СФЭ реализует систему ФАЛ $F = (f_1, \dots, f_q, \dots, f_m)_{(m \geq n)}$

Изоморфность СФЭ $\Sigma' \approx \Sigma''$, если они изоморфны как помеченные графы.

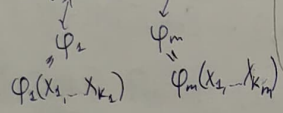
Эквивалентность СФЭ $\Sigma' \sim \Sigma''$, если $F' = F''$

Попарно неизоморфных — $|U|$, попарно неэквивалентных — $\|U\|$

$U(L, n)$ — мн-во схем из U сложности $\leq L$ от перемен. $\{x_1, \dots, x_n\}$

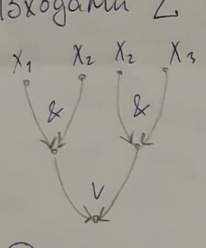
Базис $B = \{\xi_1, \dots, \xi_m\}$

СФЭ — (n, m) сеть, где $V' \mapsto X(n)$, $V'' \mapsto Z(m)$, $V \setminus V' \setminus V'' \mapsto B$



Примем внутренняя вершина с полустепенью захода k помечена ФС $\varphi_i: k_i = k$.

Входами Σ являются истоки сети и только они.



$\Sigma = \Sigma_F$

Можно считать, что $U_B^F \subseteq U_B^C$
 Пусть Σ реал. $F = (f_1, \dots, f_m)$. $F \leftrightarrow \vec{F} = (F_1, \dots, F_n) \leftrightarrow$
 $(D_{F_1}, \dots, D_{F_n}) \leftrightarrow (\hat{D}_{F_1}, \dots, \hat{D}_{F_n}) \sim \text{СФЭ}$
 деревья (с отомг. листьями) квазидеревья

Высшая вершина — вершина с полустепенью исхода = 0.
 СФЭ — приведённая, если в ней нет высших вершин, кроме выходов

Пусть $\Sigma = \Sigma(X, Z) \in U_B^C$. $L(\Sigma)$ — число внутренних вершин (сложность)

$D(\Sigma)$ — наибольшая длина главных цепей (т.е. цепей $C = (v_{i_1}, \dots, v_{i_s}): v_{i_1} \in V', v_{i_s} \in V''$)

$R(\Sigma)$ — количество дуг, исходящих из входных вершин.

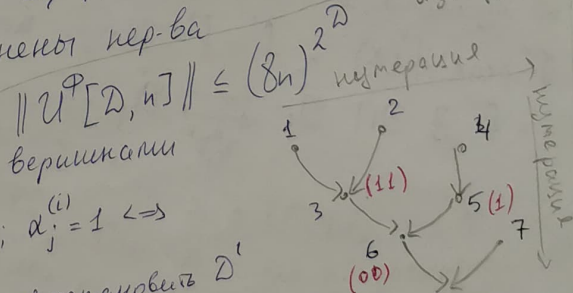
Утверждение 9.1) Для любой приведённой СФЭ $\Sigma \in U_B^C = U_B^C$ с n входами

$R(\Sigma) \leq L_{\&, \neg}(\Sigma) + 1 \leq L(\Sigma) + 1 \leq 2^{D(\Sigma)}$

Утверждение 9.2) Для $\forall n, L, D \in \mathbb{N}$ выполнены нер-ва

$|U^F(L, n)| \leq (10n)^{L+1}$

$\|U^F(L, n)\| \leq (8n)^{L+1}$



1) Выберем гомогенное корневое дерево D' с $q \leq L$ внутр. вершинами

2) v_i — внутр. вершина, $d_i = d^+(v_i)$. $\alpha^{(i)} = (\alpha_1^{(i)}, \dots, \alpha_{d_i}^{(i)})$; $\alpha_j^{(i)} = 1 \iff$

дуга j соединяется со входом.
 3) $\gamma = (\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(q)}, \beta^{(1)}, \beta^{(2)}, \dots, \beta^{(q)})$. По γ, q можно однозначно восстановить D'
 $d_i = \begin{cases} 2, & d_i = 1 \\ 1, & d_i = 2 \end{cases}$ — 2 варианта: $\alpha_1^{(i)} = 0, \alpha_2^{(i)} = 1$ кол-во $D' \leq 10^L$
 и $d_i = 2$ — 3 варианта: $\begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} \times \{1, 2\}$ кол-во сопоставлений $\leq n^{R(F)}$
 Итого $|U^F(L, n)| \leq (10n)^{L+1}$ для неэквивалентных $\Rightarrow \|U^F(L, n)\| \leq (8n)^{L+1}$

II. Классы дискретных упр. систем Структурные представления схем Оценка их числа Эквивалентные преобразования.

Утв. 9.2 $\forall n, L, D \in \mathbb{N}$

$$|U^{\Phi}(L, n)| \leq (10n)^{L+1}$$

$$\|U^{\Phi}(L, n)\| \leq (8n)^{L+1}, \text{ где}$$

$$\|U^{\Phi}[D, n]\| \leq (8n)^2$$

.. 9

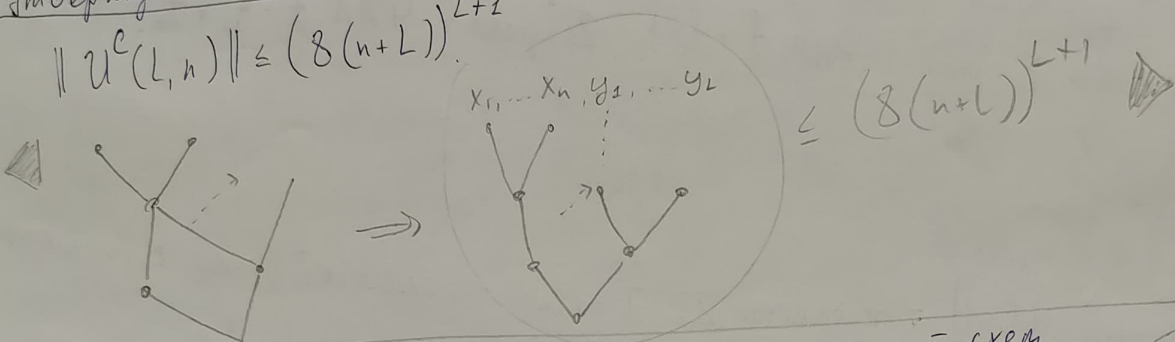
$|U^{\Phi}_B|$ - число попарно неизоморфных формул в базисе B,
 $\|U^{\Phi}_B\|$ - число попарно неэквивалентных формул в базисе B

$|U^{\Phi}_B(L, n)|$ - " - сложности $\leq L$ от перем. $x_1, \dots, x_n$
 $|U^{\Phi}_B[D, n]|$ - " - глубины $\leq D$ от перем. $x_1, \dots, x_n$

Следствие: число попарно не квазиизоморфных ф-л с подн. отг. ранга $\leq R$ от БП $x_1, \dots, x_n$ не превосходит $(12n)^R$ (приведенных)?

Утверждение 9.3 $\forall n, L \in \mathbb{N}$ число попарно не экв. (ФЭ) с одним выходом

$$\|U^c(L, n)\| \leq (8(n+L))^{L+1}$$



Контактные схемы и π -схемы, моделирование ф-л и π -схем.
 Оценки числа КС и числа π -схем, особенности ф-л многополюсных КС
 Модель передаточного типа.

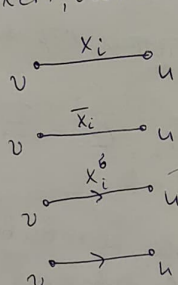
10

Определение:

(P, q) -КС от БП $(x_1, \dots, x_n)$ с входами $a_1, \dots, a_p$ и выходами $b_1, \dots, b_q$,

т.е. $\sum (x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q)$ — π -схем. вход выход

(P, q) -сеть из контактов (т.е. граф с p входами и q выходами). $\sum (x_1, x_2, x_3; a_1, b_2)$



проводит $\Leftrightarrow x_i = 1$ - замык-й контакт

проводит $\Leftrightarrow x_i = 0$ - размык-й контакт

условный переход

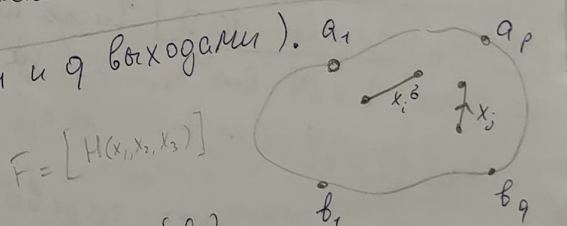
проводит $\Leftrightarrow x_i = b$ и только от v к u

чистый проводник (от v к u)

N-МОП транзистор

P-МОП транзистор

N(P) МОП транзистор с знаком



$$F = [H(x_1, x_2, x_3)]$$

$$F = \{f_{ij}\}_{1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq q}$$

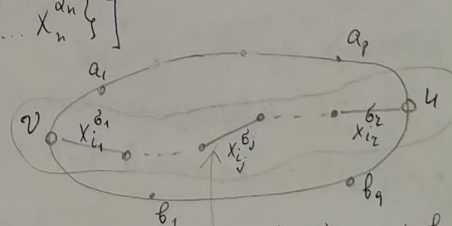
КС реализует матрицу проводимости от a_i к b_j $F = \{f_{ij}\}$

$\forall v, u \in V(\Sigma)$ ФАП проводимости $g_{v,u}(x_1, \dots, x_n) \Leftrightarrow [g_{v,u}(x_1, \dots, x_n) = 1 \Leftrightarrow \{x_1^{a_1}, \dots, x_n^{a_n}\}]$

$\forall \Sigma \exists$ цепь из v в u , состоящая из контактов $\{x_1^{a_1}, \dots, x_n^{a_n}\}$

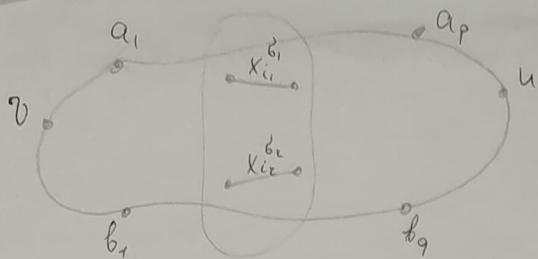
Пусть $\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q)$; $K = x_{i_1}^{b_1} \dots x_{i_k}^{b_k}$

Будем говорить, что $K = K(C)$ - ф-я проводимости мин-ва контактов C . Будем говорить, что C - проводящая цепь, если $K \neq 0$. Пусть $C_1, \dots, C_k$ - все проводящие цепи из v в u . Тогда $K(C_1) \vee \dots \vee K(C_k)$ - ф-я проводимости из v в u .



C - (u-v)-цепь в Σ из контактов $x_{i_1}^{b_1}, \dots, x_{i_k}^{b_k}$

Сложность КС - число контактов.



$S - (v|u)$ - сечение Σ , состоящее из контактов $x_{i_1}^{b_1}, \dots, x_{i_r}^{b_r}$, если $\forall$ пути P из U в U $P \cap S \neq \emptyset$.

$$J(S) = x_{i_1}^{b_1} \vee \dots \vee x_{i_r}^{b_r} - \Phi\text{-я отделимости.}$$

S - неединичное сечение $\Leftrightarrow J(S) \neq 1$.

Пусть $S_1, S_2, \dots, S_t$ - все неединичные типовые сечения.

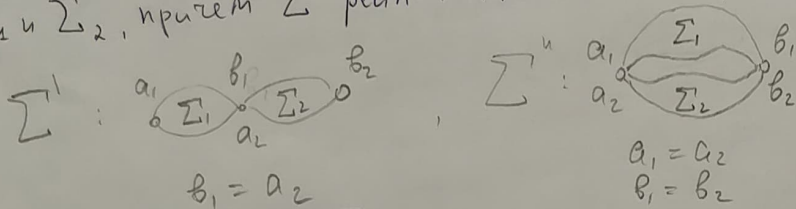
Тогда $g_{u,v} = J(S_1) \& \dots \& J(S_t)$

Π -схема (последовательно-параллельная схема) — это $(1,1)$ -КС, опред-ся индуктивно: 1) $(1,1)$ -КС из 1 контакта $a \xrightarrow{x_i^b} b$ — Π -схема

2) Пусть Σ_1, Σ_2 — Π -схемы, реал.-е ФАЛ f_1, f_2 . Тогда $\Sigma' = \Sigma_1 \cdot \Sigma_2$ и

$\Sigma'' = \Sigma_1 \parallel \Sigma_2$ — тоже Π -схемы, полученные послед-м и параллельным соедин-м

Σ_1 и Σ_2 , причём Σ' реал.-т ФАЛ $f' = f_1 \cdot f_2$, Σ'' реал.-т ФАЛ $f'' = f_1 \vee f_2$.



Утверждение 10.1 $\forall$ Π -схемы Σ $\exists$ эквивалентная ей Φ -ЛФ с подкатытами отрицаниями такая, что $R(F) = L(\Sigma)$, и обратно.

$F \in U^{\Phi}$
 Π -схема $\Leftrightarrow$ Φ -ЛФ с подкатытами отрицаниями. 1) $a \xrightarrow{x_i^b} b \Leftrightarrow x_i^b$
 $L=1 \quad R=1$

2) $F_1 \sim \Sigma_1, F_2 \sim \Sigma_2 \Rightarrow \Sigma'' = F_1 \vee F_2, \Sigma' = F_1 \cdot F_2$
 $R_1 = L_1 \quad R_2 = L_2 \Rightarrow L_1 + L_2 = R_1 + R_2$

Утверждение 10.2 Число попарно неэквивалентных Π -схем сложности не более $L \in \mathbb{N}$ от $x_1, \dots, x_n$ не превосходит $(12n)^L$, т.е.

$\|U^{\Pi}(L, n)\| \leq (12n)^L$. Сразу следует из 10.1 и следствие из 9.2

$(2^n, 1)$ - контактное сечение (от $a_1^{b_1}$ до b)

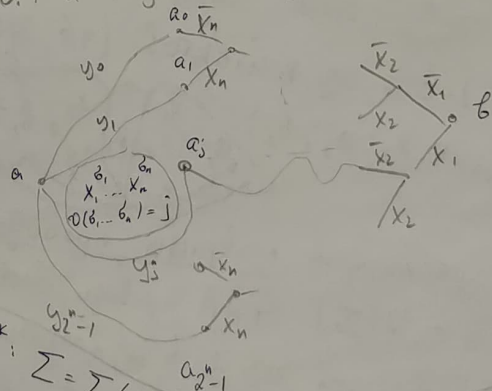
$(1, 1)$ - мультипликатор (от a до b) - Π -схема

$$M(x_1, \dots, x_n, y_0, \dots, y_{2^n-1}) = \bigvee_{(b_1, \dots, b_n) \in B^n} x_{i_1}^{b_1} \dots x_{i_n}^{b_n} \cdot y_{j(b_1, \dots, b_n)}$$

U^k - класс КС из неориент. контактов. $U^k(L, n) = \{\Sigma \in U^k : L(\Sigma) \leq L\}$

$\|U^k(L, n)\|$ - число неэкв. ФАЛ от $X(n)$, реализуемых $(1,1)$ -КС

$\|U^k(1, n)\| = 2n+1$. $a \xrightarrow{x_i^b} b$. КС наз-ся неприводимой, если КС от $X(n)$ сложности $\leq L$ не имеет на некоторой простой цепи между полюсами. Тогда для $p=q=1$ и $f \neq 0$ КС - связный граф

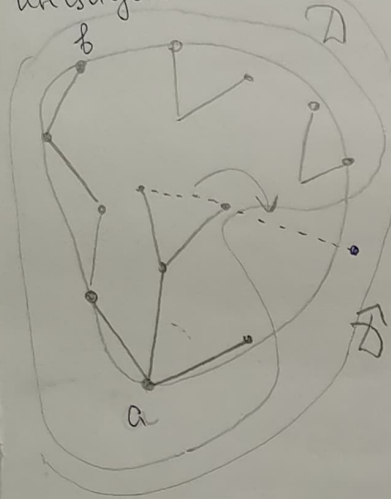


II. Классы дискретных цупр. систем. Структурные представления схем. Оценка их числа. Эквивалентные преобразования.

Утверждение 10.3) $\|U^k(L, n)\| \leq (8nL)^L$

10

◀ $\Sigma \in U^k(L, n)$ - неприводимая (1,1) КС сложности L - связный цупр.
 Пусть $\mathcal{D}$ - остоное корневое дерево Σ с корнем a , содержащее все рёбра, инцидентные a , а b - мист $\mathcal{D}$ ($\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n; a; b)$)



$V(\mathcal{D}) = V(\Sigma)$. Все рёбра, не попавшие в $\mathcal{D}$, заменяем на рёбра, ведущие в доп. вершины (добавляем мист)

$\hat{\mathcal{D}}$ - остоное наддерево.

Σ получается из $\hat{\mathcal{D}}$ отождествлением введённых доп. вершин с некоторыми имеющимися.

- 1) Выбор $\hat{\mathcal{D}}$. Деревьев с L рёбрами - $\leq 4^L$
- 2) Отождествление нек-х мистев с внутр. вершинами
 $\text{Доп. мистев} \leq L, \text{ внутр. вершин} \leq L \rightarrow \leq L^L$
- 3) Каждому ребру - x_i - $\leq (2n)^L$ способов

Итого $(8nL)^L$

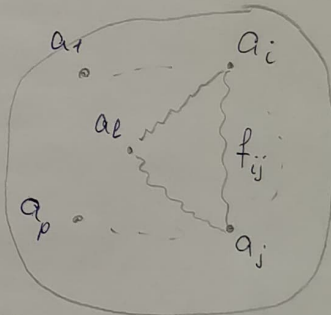
13

Эквивалентные преобразования КС. Основные тожд-ва, вывод вспомогательных и обобщённых тожд-в.

(p, q) -КС $\Sigma(x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_p, b_1, \dots, b_q)$ реализует матрицу $F = \{f_{ij}\}_{\substack{i \in \{1, \dots, p\} \\ j \in \{1, \dots, q\}}}$, где f_{ij} - ФАП проводимости от a_i к b_j .

Если $p=q$ и $a_1=b_1, \dots, a_p=b_p$, то $\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_p)$ - КС с неразделёнными полюсами

- $F_\Sigma = F = \{f_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq p}$
- 1) F - рефлексивная ($f_{ii} \equiv 1$)
 - 2) F - транзитивная
 $\forall i, j, l \quad f_{ij} \geq f_{il} \cdot f_{lj}$
 - 3) F - симметричная ($f_{ij} = f_{ji}$)
 (для неориентированных)



Пусть U^k - КС с нераздел. полюсами и неориент. контактами.

Тождество $t: \Sigma' \sim \Sigma'' \Leftrightarrow F_{\Sigma'} = F_{\Sigma''}$ (при соотв-й нумерации полюсов)

$t_1: \cdot \sim \phi$ $t_2: \frac{1}{0} \frac{x_1 \cdot x_2}{0} \sim \frac{1}{0} \frac{x_2 \cdot x_1}{0}$ $t_3: \frac{1}{0} \frac{x_1 \cdot x_1}{0} \sim \frac{1}{0} \frac{0}{0}$

$F_{\Sigma'} = F_{\Sigma''} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 x_2 \\ x_1 x_2 & 1 \end{bmatrix}$ $F_{\Sigma'} = F_{\Sigma''} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Подстановка (модификация) тожд-ва $\hat{t} \Leftrightarrow \hat{t}$ получена из t а) переименованием управляющих БП с возмущением оттожд. и инвертированием (в обеих частях t) б) переименованием (в возмущении оттождествлением и снятием) полюсов (в обеих частях t)

$t_4: \frac{1}{0} \frac{x_2}{0} \sim \frac{1}{0} \frac{x_2}{0}$ $\hat{t}_4$ (оттожд. БП): $\frac{1}{0} \frac{x_2}{0} \sim \frac{1}{0} \frac{x_2}{0}$

$t_5: \frac{1}{0} \frac{x_1}{0} \sim \frac{1}{0} \frac{x_1}{0}$ $\hat{t}_5$ (оттожд. полюса и снятие полюса): $\frac{1}{0} \frac{x_1}{0} \sim \frac{1}{0} \frac{x_1}{0}$

т.к. $F_2 = \begin{bmatrix} 1 & x_1 x_1 \\ x_1 & 1 \\ x_1 & x_1 & 1 \end{bmatrix} = F_2$

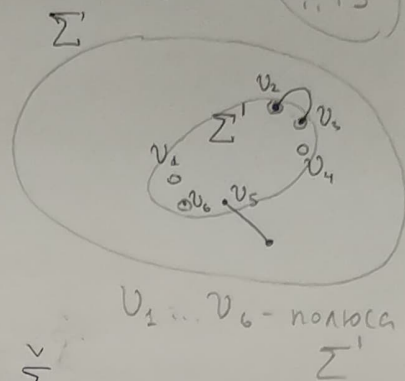
II. Классы дискретных упр. систем. Структурные представления схем. Оценка их числа. Эквивалентные преобразования.

Логсхема КС:

$$\Sigma' \subseteq \Sigma \Leftrightarrow a) V(\Sigma') \subseteq V(\Sigma), E(\Sigma') \subseteq E(\Sigma)$$

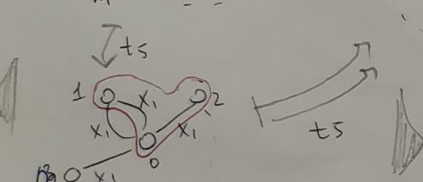
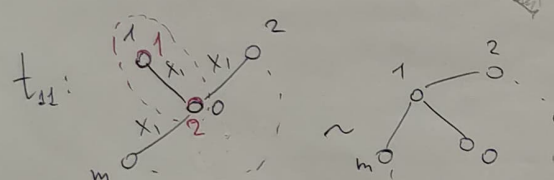
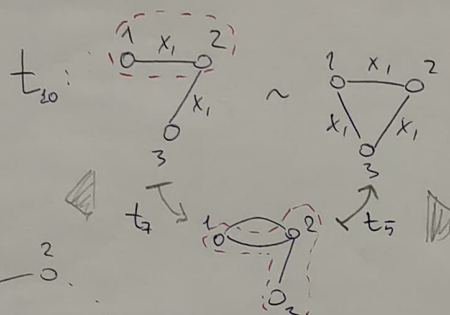
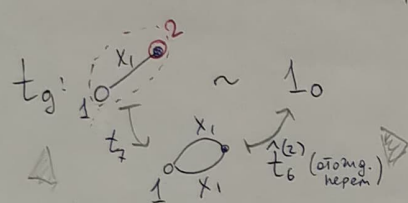
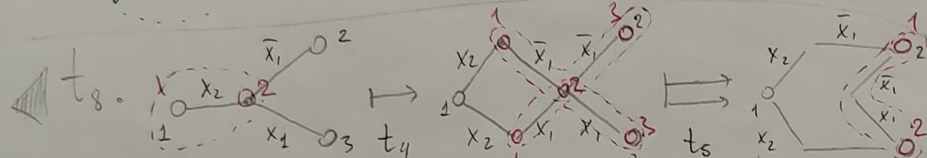
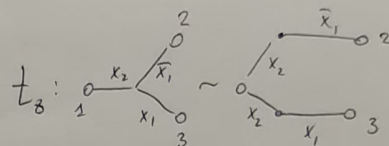
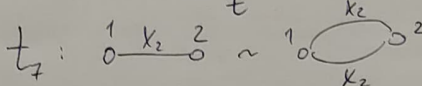
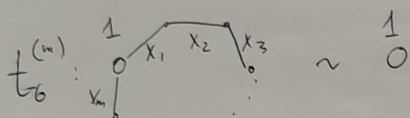
б) $v \in V(\Sigma')$ - полюс Σ' , если

- v - полюс Σ
- v инцидентно контакту, не remaining в $E(\Sigma')$
- мы хотим



Принцип эквивалентной замены:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\Sigma}' &\subseteq \Sigma \\ \hat{\Sigma}' &\sim \hat{\Sigma}'' \\ \Sigma &\xrightarrow{\hat{\Sigma}} \hat{\Sigma} \end{aligned} \right\} \Sigma \sim \hat{\Sigma}$$



Утверждение 13.1 $\tau_n \Leftrightarrow \{t_7, \dots, t_{11}\}$.

$I_j: 1 \xrightarrow{x_1 b_1} \dots \xrightarrow{x_n b_n} 2$ - канон. цепочка порядка n с номером $j = v(b_1, \dots, b_n) + 1$. Укороченные цепочки:

$$I^1: 1 \xrightarrow{x_1 b_1} \dots \xrightarrow{x_{n-1} b_{n-1}} 2 \quad N^\circ 1, \dots, 2^{n-1}$$

$$I^n: 1 \xrightarrow{x_1 b_1} \dots \xrightarrow{x_{n-2} b_{n-2}} 2 \quad N^\circ 1, \dots, 2^{n-2}$$

Обобщённые подцепочки порядка n

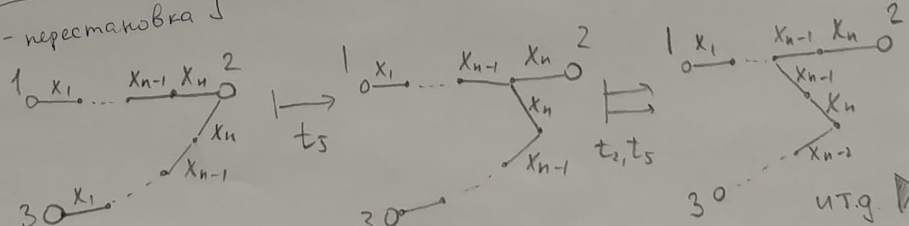
$$\tau^{(n)} = \{t_1^{(n)} = t_1, t_2^{(n)}, \dots, t_n^{(n)}\}$$

$$1) t_2^{(n)}: 1 \xrightarrow{x_1} \dots \xrightarrow{x_n} 2 \sim \dots \xrightarrow{x_n} 2$$

$I = I_2^n$

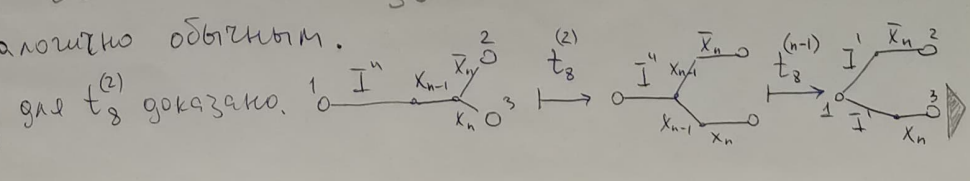
$\hat{I}$ - перестановка I

$$2) t_5^{(n)}: 1 \xrightarrow{I} 2 \sim 1 \xrightarrow{I} 2$$

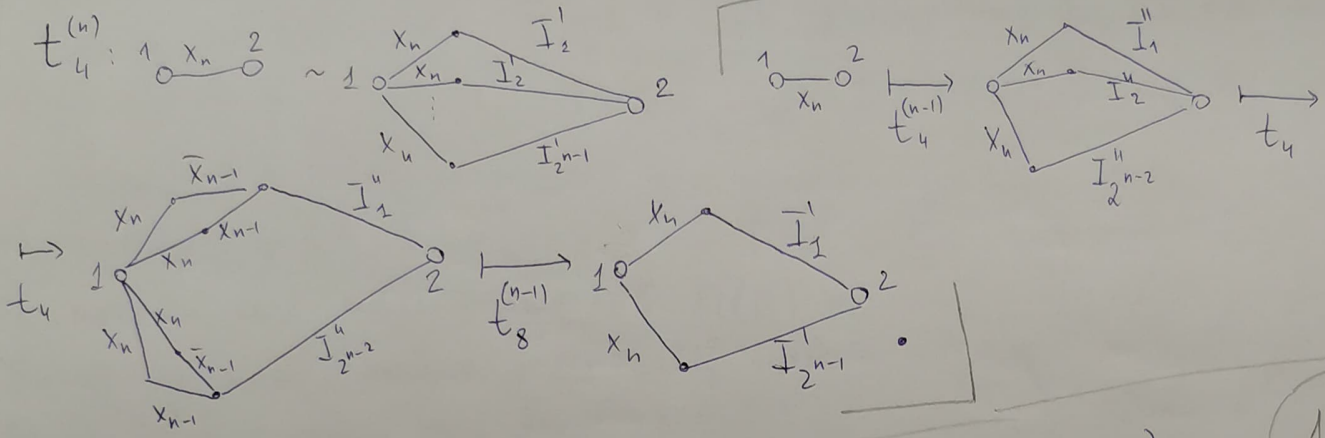
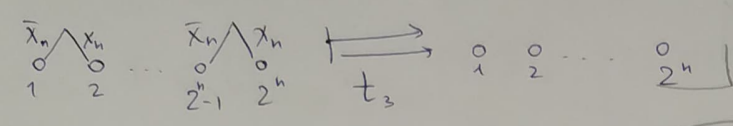
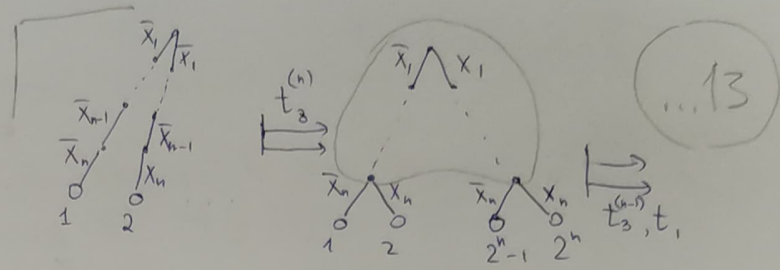
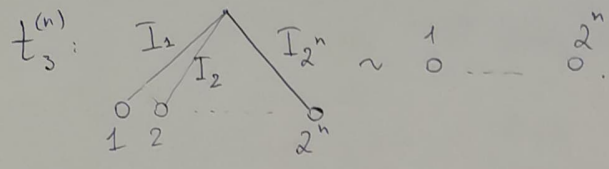


$$3) t_2^{(n)}, t_5^{(n)}, t_6^{(n)} \Leftrightarrow t_7^{(n)}, t_9^{(n)}, t_{11}^{(n)}$$

аналогично обычным.



II. Классы дискретных упр. систем. Структурные представления схем. Оценка их числа. Эквивалентные преобразования.

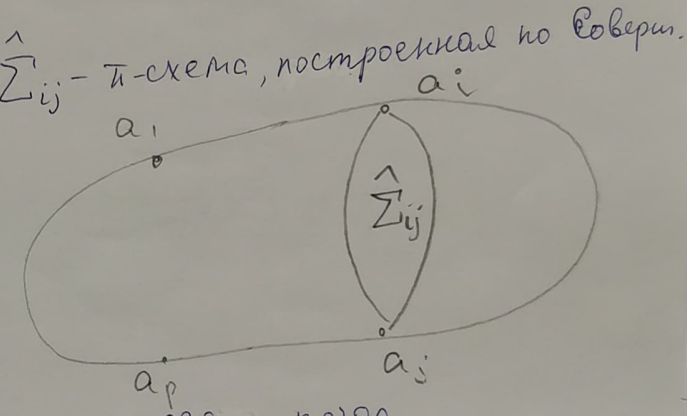


14

P-м КС с неразделёнными полюсами $\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_p)$

Каноническая форма

$\hat{\Sigma}$ - канон. форма $\Sigma \Leftrightarrow \bigcup_{1 \leq i < j \leq p} \hat{\Sigma}_{ij}$, где $\hat{\Sigma}_{ij}$ - π -схема, построенная по Робертсону.

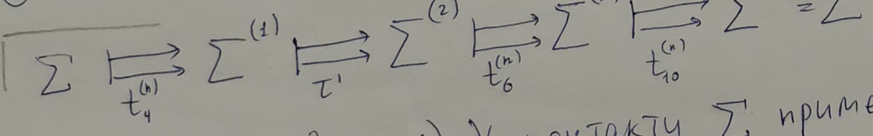


ФКФ f_{ij} , "натяннутая" на a_i и a_j .

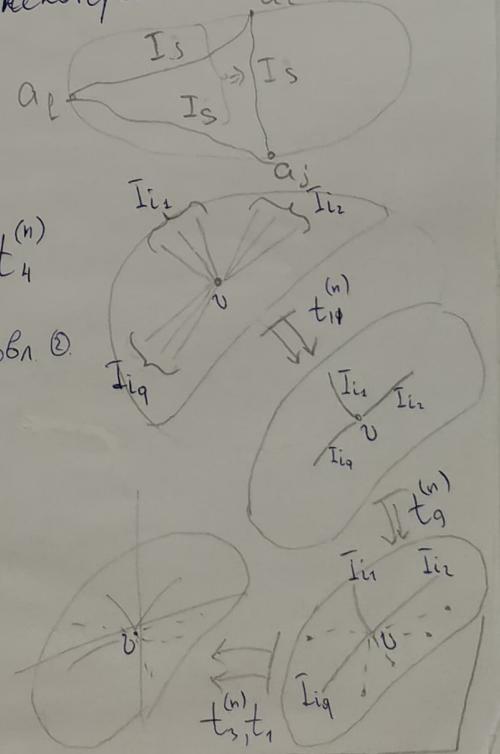
Утверждение 14.1

$\forall \Sigma(x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_p)$
 $\exists \exists \Pi \Sigma \xrightarrow{T_n} \hat{\Sigma}$

- 1) $\forall$ контакт $\in$ некоторой канон. цепи
- 2) $\forall$ внутренняя вершина является внут. вершиной некоторой канон. цепи
- 3) Нет висятых циклов
- 4) Нет транзитных проводимостей



- 1) $\forall$ контакту Σ применяем t_4
- 2) Индукция по числу вершин, не удовл. 2
- Может убрать любую такую, не создавая новых, не удовл. 2
- 3) От висятых циклов избавляемся тогда-вом $t_6^{(n)}$
- 4) Замыканием по транзитивности убираем транзитные проводимости



II II. Классы дискретных управляющих систем. Структурное представление схем.
 Оценка их числа. Эквивалентные преобразования.

1. Утверждение 14.2. Σ_n - конечная полная система тождеств для ЭП КС от $x_1, \dots, x_n$.

Пусть $\Sigma' \sim \Sigma''$; Σ', Σ'' - от $x_1, \dots, x_n$. С помощью Σ_n строим канонические формы $\hat{\Sigma}', \hat{\Sigma}''$. В силу эквивалентности равны матрицы $F', F'' \Rightarrow$ равны соверш. ДКФ реализуемых ФАП $\Rightarrow$ с точностью до t_5 равны соотв.-е Π -схемы $\Rightarrow$ с точностью до t_2 равны Σ', Σ'' .

Следствие 1:
 Σ_n - ПСТ для ЭП КС

$$\Sigma' \xRightarrow[t_2]{\hat{\Sigma}'} \hat{\Sigma}' \xRightarrow[t_2]{\hat{\Sigma}''} \hat{\Sigma}'' \xRightarrow[t_2]{\Sigma''} \Sigma'', \text{ ч.т.д.}$$

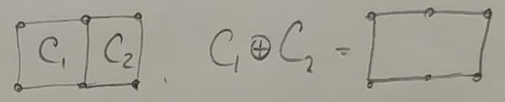
Полюсов - сколько угодно, переменных - $\leq n$

G-граф. $E(G)$ - мн-во рёбер G, $V(G)$ - мн-во вершин G, $c(G)$ - мн-во связных комп. G

Цикломатическое число графа:

$$\theta(G) = |E(G)| - |V(G)| + |c(G)|$$

макс. число линейно независимых простых циклов в G



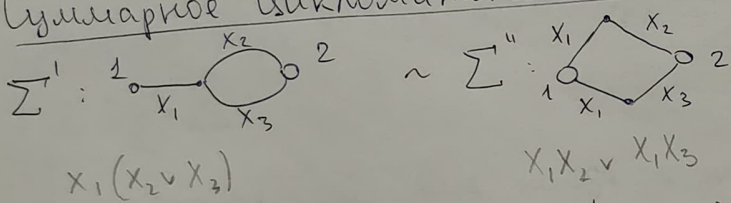
В дереве $\theta(G) = 0$

$$\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n)$$

$\theta(\Sigma) = \sum_{\alpha \in B^n} \theta(\Sigma|_{\alpha})$, где $\Sigma|_{\alpha}$ - граф, получающийся из Σ удалением всех контактов $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$ и заменой остальных контактов рёбрами.

Суммарное цикломатическое число КС.

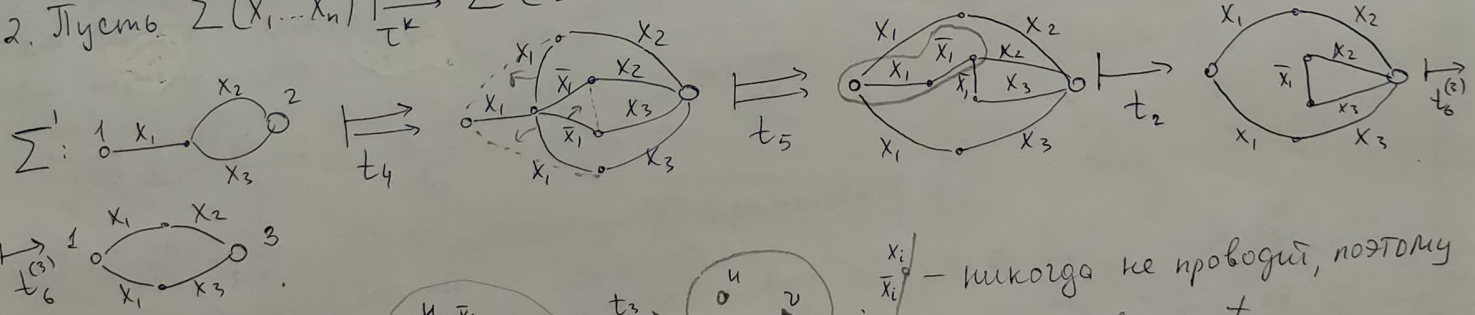
$$\theta(\Sigma|_{\alpha}) = 0, \text{ если } \alpha \neq (011), \alpha \neq (111)$$



$$\theta(\Sigma') = 2, \theta(\Sigma'') = 1$$

Утверждение 14.3. 1. Пусть $\Sigma'(x_1, \dots, x_n) \xRightarrow[t_5]{\Sigma''} \Sigma''(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \theta(\Sigma') = \theta(\Sigma'')$

2. Пусть $\Sigma'(x_1, \dots, x_n) \xRightarrow[t_6]{\Sigma''} \Sigma''(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \theta(\Sigma') - \theta(\Sigma'') : 2^{n-k}$, если $k < n$.



P-м, например, t_3 .

для $\forall \alpha$ циклы не исчезают и не появляются при использовании t_2

P-м t_4 . Если x_i проводит, то $\square$ проводит (ровно ко одной цепочке) и наоборот. $\Rightarrow \theta(\Sigma|_{\alpha}) = \theta(\Sigma''|_{\alpha}) \forall \alpha \in B^n \Rightarrow \theta(\Sigma') = \theta(\Sigma'')$.
 Если в цикле есть противополож. буквы, то $\theta(\Sigma') - \theta(\Sigma'') = 0$. Иначе мы выкинули цикл столько раз, сколько в B^n есть наборов $\alpha: x_i = \alpha_i, \dots, x_n = \alpha_n$. Но таких наборов ровно 2^{n-m} (считаем только различные буквы). Если есть повторяющиеся буквы, то разность равна $2^{n-l} \geq 2^{n-m-l} : 2$.

II. Классы дискретных упр. систем. Структурное представление схем. Оценка их числа. Эквивалентные преобразования.

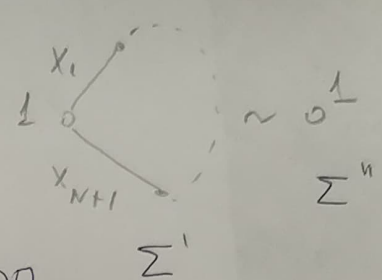
Утверждение 14.4 В $U^k \nexists$ КПСТ.

1) В T_∞ нельзя выделить КПСТ.

От противного: пусть $\exists \tau \in T_\infty$, τ - конечная полная система тождеств.

$\exists N \in \mathbb{N} : \tau \subset T_N$. Тогда $T_N \models t^{(N+1)}_6$

$\theta(\Sigma') = 1, \theta(\Sigma'') = 0$. Т.е. $1-0:2^{(N+1)-N}, 1:2$?!



2) пусть некоторая τ - КПСТ для $\forall \Pi$ КС.

Пусть N - макс. число переменных, встречающихся в тождествах τ . Мы знаем, что T_N - КПСТ для $\forall \Pi$ КС от $x_1 \dots x_N$.

Т.е. $T_N \models \tau, \Rightarrow T_N$ - КПСТ ?!

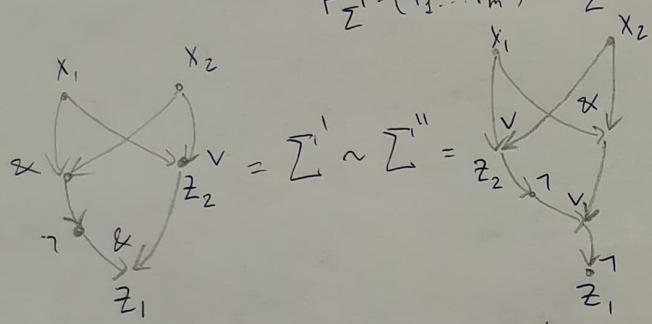
Эквивалентные преобразования СФЭ

12

эквивалентность: $\Sigma'(x_1 \dots x_n, z_1 \dots z_m) \sim \Sigma''(x_1 \dots x_n, z_1 \dots z_m)$

$$F_{\Sigma'} = (f_1 \dots f_m) = F_{\Sigma''}$$

Пример:



$$F' = (x_1 \oplus x_2, x_1 \vee x_2) = F''$$

Подстановка тождества $t: \Sigma' \sim \Sigma''$ — тождество, получаемое из t перим-м (с возможным отождествлением) входных БП в Σ', Σ'' и переименованием (с возможным дублированием и склеиванием) выходных БП.

Подсхема (СФЭ). $\Sigma' \subseteq \Sigma \iff$ а) $V(\Sigma') \subseteq V(\Sigma), E(\Sigma') \subseteq E(\Sigma)$
 б) $v \in V(\Sigma')$ явл-ся входом Σ' , если v является входом Σ
 в) $v \in E(\Sigma')$ не явл-ся входом Σ' , если $v \in V(\Sigma')$ явл-ся выходом Σ' , если v является выходом Σ
 г) $v \in E(\Sigma) \setminus E(\Sigma')$ есть дуги, исходящие из v
 — мы хотим

Принцип экв. замены:

$$t: \Sigma' \sim \Sigma'' \} \Rightarrow \Sigma \sim \tilde{\Sigma}: \tilde{t}, t \mapsto \tilde{t}$$

Однократное $\exists \Pi$ $\Sigma \xrightarrow{\tilde{t}} \tilde{\Sigma}$ Многократное $\Sigma \xrightarrow{\tilde{t}} \tilde{\Sigma}$
 τ - ПСТ для $\forall \Pi$ СФЭ $\iff \forall \Sigma' \sim \Sigma'' \exists \Pi \Sigma' \xrightarrow{\tau} \Sigma''$
 в базе Б

Утверждение 12.1 Если τ -КПСТ для ЭП формул из $\mathcal{U}_B^F$, то $\{\underline{I}, \tau^C, \tau^B\}$ - КПСТ для ЭП сФЭ из $\mathcal{U}_B^C$.

$\forall F \in \mathcal{U}_B^F \leftrightarrow \hat{F} = \hat{D}_F$ - квазидерево формулы F (дерево с отождествленными входами)
 $\hat{D}_F = \underline{F} \in \mathcal{U}_B^C$

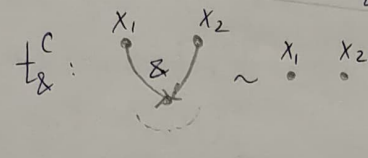
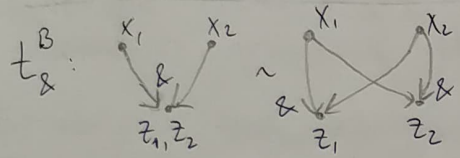
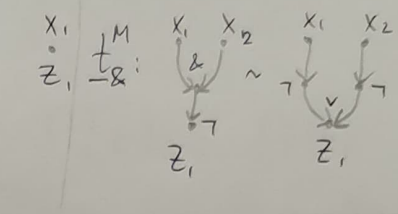
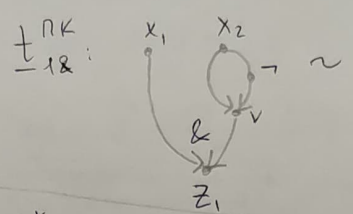
$\underline{U} \in \mathcal{U}_B^F \leftrightarrow \underline{U} \in \mathcal{U}_B^C$

$\pm: F' = F'' \leftrightarrow \pm: F' \sim F''$

τ -сист. тогда $\mathcal{U}_B^F \leftrightarrow \underline{I}$ -сист. тогда $\mathcal{U}_B^C$

$t_{1\&}^{PK}: x_1(x_2 \vee \bar{x}_2) = x_1$

$t_{\&}^M: \bar{x}_1 \bar{x}_2 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$



$t_{\vee x}^C: x_1 \sim \emptyset$

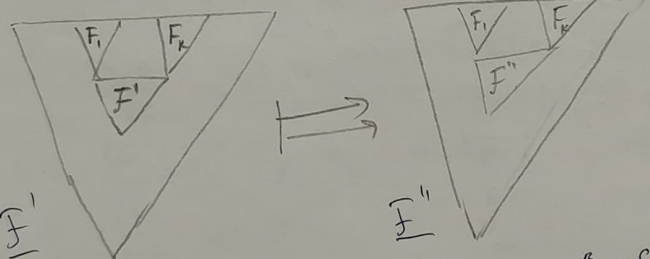
τ -КПСТ для $\mathcal{U}_B^F \Rightarrow \underline{I} \cup \tau_B^C \cup \tau_B^B \cup t_{\vee x}^C$ - КПСТ для $\mathcal{U}_B^C$

Доказ. 12.1. 1) $\Sigma(x_1, \dots, x_n; z_1, \dots, z_m) \in \mathcal{U}_B^C \Rightarrow \hat{\Sigma}$ - канонический вид Σ :

$\hat{\Sigma} = (\Theta_1, \dots, \Theta_m)$, Θ_j - Ф-ла, реализуемая на z_j

2) Однократное ЭП $F \xrightarrow{\hat{t}} \hat{F}$ можно промоделировать с помощью

$\hat{F} \xrightarrow{\pm, \tau_B^B, \tau_B^C} \hat{\hat{F}}$ $t: F' = F'' \rightarrow \hat{t}: F'(F_1, \dots, F_k) = F''(F_1, \dots, F_k)$



а) F' -бесповторная $\Rightarrow$ достаточно $\pm$

б) Иначе нужны τ_B^B, τ_B^C

$\Sigma' \xrightarrow{\pm} \hat{\Sigma}' \xrightarrow{\pm} \hat{\hat{\Sigma}}' \xrightarrow{\pm} \hat{\hat{\Sigma}}'' \xrightarrow{\pm} \hat{\hat{\Sigma}}''' \xrightarrow{\pm} \hat{\hat{\Sigma}}'''' \xrightarrow{\pm} \hat{\hat{\Sigma}}'''''$ с помощью $\underline{I}, \tau_B^B, \tau_B^C$

Утверждение 12.2 Пусть τ -КПСТ ЭП формул из $\mathcal{U}_B^F$, а Π', Π - система тождеств перехода от B к B' и от B' к B соответственно. Тогда

система тождеств $\{\Pi'(\tau), \Pi'(\Pi)\}$ явл-ся КПСТ для ЭП в $\mathcal{U}_B^F$.

Пусть есть базисы $B = \{\varphi_1, \dots, \varphi_b\}$ и $B' = \{\varphi'_1, \dots, \varphi'_{b'}\}$. Пусть формула

$\varphi'_i(x_1, \dots, x_{k'_i})$ из $\mathcal{U}_B^F$, где $k'_i \geq k_i$, реализует ФАЛ φ'_i , $i = \overline{1, b'}$.

При $k'_i > k_i$ вП $x_{k_i+1}, \dots, x_{k'_i}$ являются фиктивными. Обозначим $\varphi'_i = \varphi'_i(x_1, \dots, x_{k'_i})$.

$\Pi' = (\Pi'_1, \dots, \Pi'_{b'})$, где Π'_i - тожд-во вида $\varphi'_i = \varphi'_i$.

Возьмём формулу $F \in \mathcal{U}_B^F$ и заменим каждую подформулу вида $\varphi_i(F_1, \dots, F_{k_i})$ на $\varphi'_i(F_1, \dots, F_{k_i}, x_{k_i+1}, \dots, x_{k'_i})$. Получившуюся формулу будем обозначать $\Pi'(F)$, а переход от F к $\Pi'(F)$ - структурным моделированием F в B' на основе формул Π' (или Π').

II. Классы дискретных упр. систем. Структурное представление схем. Оценка их числа. Эквивалентные преобразования.

$$\mathcal{F} \xrightarrow[\Pi']{\Pi} \Pi'(\mathcal{F}) \quad - \quad \text{ЭП над базисом } \mathcal{B} \cup \mathcal{B}'$$

12

В частности, мы можем моделировать тожд-во t над формулами из $\mathcal{B}$ и получить тожд-во t' для формул над $\mathcal{B}'$. $t' = \Pi'(t)$

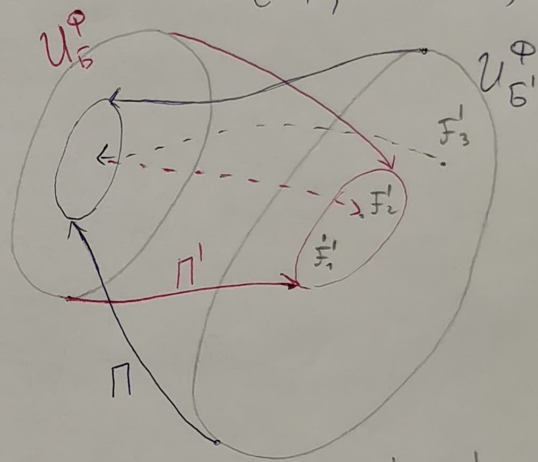
$$\text{Если } \mathcal{F} \subseteq \mathcal{U}_{\mathcal{B}}^{\Phi}, \text{ то } \Pi'(\mathcal{F}) = \{ \Pi'(F) : F \in \mathcal{F} \}. \quad \Pi'(t) = \{ \Pi'(t) : t \in \mathcal{T} \}$$

Если у нас было ЭП $\mathcal{F} \xrightarrow[\tau]{\Pi} \hat{\mathcal{F}}$ для формул над $\mathcal{B}$, то его можно промоделировать ЭП в $\mathcal{U}_{\mathcal{B}'}^{\Phi}$: $\mathcal{F}' \xrightarrow[\tau']{\Pi'} \hat{\mathcal{F}}'$, где $\mathcal{F}' = \Pi'(\mathcal{F})$, $\hat{\mathcal{F}}' = \Pi'(\hat{\mathcal{F}})$, $\tau' = \Pi'(\tau)$.

Но только $\Pi'(t)$ недостаточно для полной системы тождеств в $\mathcal{U}_{\mathcal{B}'}^{\Phi}$, т.к. мб $\Pi'(\mathcal{U}_{\mathcal{B}}^{\Phi}) \not\subseteq \mathcal{U}_{\mathcal{B}'}^{\Phi}$.

Рассмотрим еще систему тождеств $\Pi'(\Pi)$.

Тогда мы можем любую ф-лу из $\mathcal{U}_{\mathcal{B}}^{\Phi}$ перевести в $\Pi'(\mathcal{U}_{\mathcal{B}}^{\Phi})$, а здесь уже воспользоваться $\Pi'(t)$.



Таким образом, если τ - КПСТ для ЭП в $\mathcal{B}$, то

$$\{ \Pi'(t), \Pi'(\Pi) \} - \text{КПСТ для ЭП в } \mathcal{B}'$$

(Если Π' - тожд-ва, осуществл-е структурное моделирование функций φ_i базиса $\mathcal{B}$ формулами над $\mathcal{B}'$, а $\Pi'(t)$ - система тожд-в, где в обеих частях каждого $t \in \mathcal{T}$ была осуществлена замена $\forall$ подформулы $\varphi_i(F_1, \dots, F_{k_i})$ на $\varphi'_i(F_1, \dots, F_{k_i}, x_{k_i+1}, \dots, x_{k'_i})$.)

Пусть $F_1' \sim F_2' \sim F_3'$.
Нельзя получить F_3' из F_1' только с помощью $\Pi'(t)$